**Задача 1: Как выбрать премию, чтобы вероятность разорения была не больше заданного ε>0?**

Чтобы выбрать премию, при которой вероятность разорения не превышает заданного уровня ε, необходимо учитывать модель риска и распределение убытков. В классической модели Крамера-Лундберга вероятность разорения зависит от начального капитала, интенсивности поступления премий и распределения убытков.

Для упрощения, предположим, что убытки следуют определенному распределению, и мы можем использовать формулу для вероятности разорения. Премия должна быть выбрана так, чтобы обеспечить достаточный резерв для покрытия убытков с вероятностью 1−ε. Это может потребовать решения уравнения, связывающего премию, убытки и допустимую вероятность разорения.

**Задача 2: Доказать, что единственное непрерывное распределение, обладающее отсутствием памяти, это показательное распределение.**

Свойство отсутствия памяти для случайной величины X выражается как:

P(X > x + t ∣ X > x) = P(X > t)

Это означает, что вероятность того, что X превысит x + t при условии, что оно уже превысило x, равна вероятности того, что X превысит t. Единственным непрерывным распределением, удовлетворяющим этому свойству, является показательное распределение.

Для доказательства, предположим, что X имеет функцию выживания S(x) = P(X > x). Тогда свойство отсутствия памяти можно записать как:

S(x + t) = S(x)S(t)

Это функциональное уравнение имеет решение в виде экспоненциальной функции:

S(x) = e – λx, где λ > 0 — параметр показательного распределения. Таким образом, X должно быть показательно распределено.

**Задача 3: Найти распределение Y, если Y = X1/τ и X показательно с параметром 1.**

Пусть X имеет показательное распределение с параметром 1, то есть его функция распределения:

FX(x)=1 – e–x, x ≥ 0

Рассмотрим преобразование Y = X1/τ. Найдем функцию распределения Y:

FY(y) = P(Y ≤ y) = P(X1/τ ≤ y) = P(X ≤ yτ) = FX(yτ) = 1 – e−yτ

Таким образом, функция распределения YY равна:

FY(y)=1 − e−yτ, y ≥ 0

Это соответствует распределению Вейбулла с параметром формы τ и параметром масштаба 1. Плотность распределения Y можно найти, дифференцируя FY(y):

fY(y)=d/dyFY(y) = τyτ−1e−yτ, y ≥ 0

Таким образом, Y имеет распределение Вейбулла с параметрами τ и 1.